В статье выполнен анализ современных методов физически корректного моделирования распространения света с применением метода Монте - Карло и показана их эффективность для получения фотореалистичных изображений при проектировании систем освещения.

УДК 628.971

Ю. О. Васильева, канд. техн. наук,
Е. Н. Ляшенко
Харьковская национальная академия городского хозяйства

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЛОБАЛЬНОЙ ОСВЕЩЕННОСТИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Введение. В настоящее время наблюдается переход от инженерных методов расчета, проектируемых систем освещения, полностью сформулированных в 70-х годах и изложенных в работах Епанешникова М.М., к их моделированию, основы которых заложены еще в работах Матвеева А.Б.

Физически адекватное моделирование осветительных установок возможно только на основе уравнения глобального освещения (ГО). На сегодняшний день общепринятым подходом является переход к уравнению излучательности в диффузном приближении и его решение методом конечных элементов. Однако диффузная модель отражений очень неточно описывает свойства реальных материалов, а сам метод конечных элементов требует построения сетки, порождая при этом целый ряд проблем. Среди них можно отметить наиболее существенные: зависимость точности расчетов в различных участках сцены; невозможность уточнения результатов расчетов; отсутствие показателей погрешности расчетов.

Цель работы заключается в получении методики физически корректного моделирования распространения света, которая бы позволяла с необходимой точностью вычислять освещенности, строить изображения фотореалистичного качества, а также моделировать и рассчитывать сложные светопроводящие системы.

Задача глобальной освещенности ставится, когда учитывается не только прямая освещенность поверхностей сцены лучами, идущими непосредственно от источников света, но и вторичная освещенность, создаваемая лучами, отраженными или преломленными другими поверхностями. Одним из главных методов решения этой задачи является трассировка лучей света с использованием метода Монте-Карло. Для физически корректного моделирования освещенности и построения фотореалистичных изображений в работе используются методы прямой и обратной трассировки лучей.

Задача глобальной освещенности: построение фотореалистичных изображений. Основным направлением развития компьютерной графики стало физически корректное моделирование распространения света в различных средах. Эта задача сводится к решению задачи глобальной освещенности, когда учитывается не только прямая освещенность поверхностей сцены лучами, идущими непосредственно от источников света, но и вторичная освещенность, создаваемая лучами, отраженными или преломленными другими поверхностями. Все физически обоснованные методы расчета глобальной освещенности являются приближенными решениями интегрального уравнения рендеринга [1]. Трудность решения этого уравнения определяется его рекурсивным характером и сложностью области интегрирования, поэтому на практике применяются приближенные методы численного решения.

Для численного решения уравнения рендеринга была разработана методика на основе методов Монте-Карло и трассировки лучей, позволяющая с высокой точностью рассчитывать освещенность реальных сцен и строить высокореалистичные изображения фотографического качества [2-3]. Идея метода Монте-Карло прямой трассировки лучей состоит в статистическом воспроизведении механизма распространения света путем моделировании всевозможных траекторий лучей.

Траектории световых частиц (фотонов) прослеживаются на всех этапах существования, от момента их генерации источниками света до поглощения или выхода из сцены. Направление, в котором испускается фотон, и стартовая позиция на источнике света определяются стохастически согласно фотометрическому распределению энергии источника и его геометрической форме. Траектория фотона трассируется до пересечения с поверхностью. При взаимодействии фотона с поверхностью, он может быть поглощен, диффузно отражен (преломлен) с равномерной плотностью распределения по полусфере, отражен (преломлен) в зеркальном направлении, или отражен (преломлен) согласно заданной плотности распределения. При выборе дальнейшего поведения фотона согласно свойствам поверхности (например, диффузного или зеркального отражения) используется принцип рулетки. Метод не зависит от положения глаза наблюдателя и не осуществляет непосредственного вывода изображения на экран, а лишь предоставляет данные об освещенности для алгоритмов закраски изображений, т.е. строит так называемую карту освещенности, которая является решением задачи глобальной освещенности. Метод естественным образом поддерживает все типы поверхностей, включая произвольные сочетания диффузных и зеркальных свойств как при отражении света от поверхностей, так и при его пропускании через прозрачные и полупрозрачные материалы. Для задания нетривиальных оптических свойств поверхности может использоваться двунаправленная функция, описывающая плотность распределения отражений и преломлений.

В основе моделирования лежит уравнение глобального освещения, представляющее собой интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$\mathbf{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = \mathbf{L}_0(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi}\int_{\Sigma} \mathbf{L}'(\mathbf{r}',\hat{\mathbf{l}}')\sigma(\mathbf{r};\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}')\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Theta(\mathbf{r},\mathbf{r}')\mathbf{d}^2\mathbf{r}', \qquad (1)$$

где $\mathbf{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})$ – полная яркость поверхности с учетом ее отражения, пропускания и излучения; L_0 – яркость собственного излучения элемента поверхности (светильник); L' - яркость лучей падающего на поверхность излучения; $\sigma(\mathbf{r};\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}')$– коэффициент яркости рассеяния света при направленном отражении; через $\mathbf{d}\hat{\mathbf{l}}$ обозначен элементарный телесный угол с осью вдоль $\hat{\mathbf{l}}$.

Уравнение (1) не имеет аналитического решения. На практике для его решения делается допущение о том, что все элементы в сцене диффузны, тогда можно перейти от яркости к светимости и после перехода к интегралу по поверхности можно записать уравнение, получившее название уравнения излучательности

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}_0(\mathbf{r}) + \frac{\sigma}{\pi}\int_{\Sigma} \mathbf{M}(\mathbf{r}')\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Theta(\mathbf{r},\mathbf{r}')\mathbf{d}^2\mathbf{r}', \qquad (2)$$

где $\Theta(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ – функция видимости точки $\mathbf{r}'$ из точки $\mathbf{r}$,$F(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ – элементарный коэффициент формы, определяемый как

$$\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{\left|\left(\widehat{\mathbf{N}},(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right)\left(\widehat{\mathbf{N}}(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right)\right|}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^4}, \quad \text{а} \quad \widehat{\mathbf{I}}' = \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

Уравнение излучательности не имеет аналитического решения, за исключением двух частных случаев: фотометрической сферы и точечного изотропного источника между двух плоскостей (задача Соболева). Исторически его решают либо методом конечных элементов, либо методом трассировки лучей.

При разработке любого численного метода важно иметь эталонное решение. Уравнение излучательности (2) имеет аналитическое решение для случая точечного изотропного источника между двух бесконечных плоскостей (задача Соболева). Для распределения освещенности по плоскости можно получить выражение

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \frac{\rho_2}{\pi}\int \frac{\mathbf{E}_2(\mathbf{r}')\mathbf{d}^2\mathbf{r}'}{\left[1+(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2\right]^2} + \frac{\mathbf{h}_1}{\left(\mathbf{h}_1^2+\mathbf{r}^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \tag{3}$$

где $E_i(r)$ – освещенность i-той плоскости в точке r, h_i – расстояние от источника до i-той плоскости, $\mathbf{r}$ – радиус вектор точки плоскости из точки основания перпендикуляра, опущенного на плоскость из точки источника. Выражение записано на основе предположения, что сила света источника и расстояние между плоскостями равны 1.

Аналогичное выражение можно получить и для распределения освещенности по второй плоскости. В результате получается система интегральных уравнений типа свертки. Решение их основано на переходе в спектр через преобразование Фурье. После чего, проведя ряд преобразований, с учетом известных соотношений для функций Бесселя с помощью обратного преобразования Фурье можно получить итоговое аналитическое выражение для распределения освещенности

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{h}_1}{\left(\mathbf{h}_1^2+\mathbf{r}^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \rho_2\int_0^\infty \frac{\mathbf{e}^{-\mathbf{h}_1\mathbf{k}}\rho_1\mathbf{k}\mathbf{K}_1(\mathbf{k}) + \mathbf{e}^{-\mathbf{h}_2\mathbf{k}}}{1-\rho_1\rho_2\mathbf{k}^2\mathbf{K}_1^2(\mathbf{k})}\mathbf{K}_1(\mathbf{k})\mathbf{J}_0(\mathbf{k}\mathbf{r})\mathbf{k}^2\mathbf{d}\mathbf{k}. \tag{4}$$

В уравнении (1) интегрирование производится по телесному углу, что не является удобным при моделировании. Тогда, перейдя к интегралу по поверхности, а также с учетом того, что искомая функция под интегралом стоит в точке $\mathbf{r}'$, а определяется в точке $\mathbf{r}$ и при этом переменные $\mathbf{r}'$ и $\widehat{\mathbf{I}}'$ не являются независимыми, уравнение примет вид

$$\mathbf{L}(\mathbf{r},\widehat{\mathbf{I}}) = \mathbf{L}_0(\mathbf{r},\widehat{\mathbf{I}}) + \frac{1}{\pi}\int \mathbf{L}(\mathbf{r}',\widehat{\mathbf{I}}')\sigma(\mathbf{r};\widehat{\mathbf{I}},\widehat{\mathbf{I}}')\delta\left(\widehat{\mathbf{I}}' - \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right)\frac{\left|(\widehat{\mathbf{N}},\widehat{\mathbf{I}})\right|\left|(\widehat{\mathbf{N}}',\widehat{\mathbf{I}}')\right|}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2}\mathbf{d}^2\mathbf{r}'. \tag{5}$$

Уравнение (5) содержит в себе δ-функцию, затрудняющую моделирование с использованием метода Монте-Карло. Устранить ее можно, проинтегрировав по поверхности, что физически будет эквивалентно переходу к освещенности. Отметим также, что уравнение излучательности (2) не содержит особенности. Соответственно локальная оценка будет иметь вид

$$\mathbf{I}_\varphi = \mathbf{M}\sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty}\mathbf{Q}_\mathbf{n}\mathbf{k}(\mathbf{r},\mathbf{r}'), \tag{6}$$

где $\mathbf{k}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \dfrac{\left|\left(\widehat{\mathbf{N}}(\mathbf{r}),(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right)\right|\left|\left(\widehat{\mathbf{N}}(\mathbf{r}'),(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right)\right|}{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^4}$ – ядро уравнения.

Выражение (6) получило название локальной оценки метода Монте-Карло.

После того как глобальная освещенность сцены рассчитана методом Монте-Карло, ее фотореалистичное изображение можно построить с помощью детерминистического алгоритма обратной трассировки лучей. Алгоритм состоит в испускании в сцену через пиксели экрана одного или нескольких (первичных) лучей (рис.1). Если найдено пересечение луча с объектом сцены, то из точки пересечения в направлении каждого источника света испускаются лучи, отслеживающие затенение. Для незатененной области рассчитывается суммарный коэффициент поглощения света при взаимодействии с встречаемыми на его пути до источника поверхностями и средами. Полученное трассировкой первичных лучей изображение дополняется “зеркальными” отражениями, а также видом через прозрачные поверхности. Для этого алгоритм трассировки применяется к каждому отраженному или преломленному лучу.

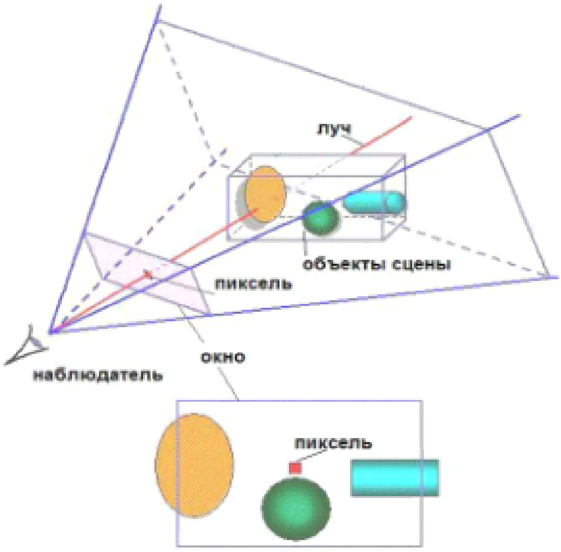

Рис.1. Обратная трассировка лучей через глаз наблюдателя и пиксель на изображении.

Применение метода Монте-Карло при проектировании осветительных установок. Создаваемые на основе этой методики программные комплексы нашли применение в сфере проектирования систем освещения зданий и других объектов городского строительства. Графическая система позволяет при разработке архитектурных и светотехнических решений увидеть, как будет выглядеть интерьер, здание или комплекс архитектурных (инженерных, скульптурных) сооружений в существующем ландшафте при различных условиях естественного или искусственного освещения до начала их реального воплощения. Она позволяет промоделировать, например, несколько вариантов искусственного освещения и подбор отделочных материалов для интерьера или здания, а затем выбрать оптимальный. На рис. 2 приведены примеры изображений интерьера и внешнего вида здания, являющиеся результатами компьютерного моделирования.

Рис. 2 Примеры фотореалистичных изображений, построенных с использованием алгоритмов моделирования глобальной освещенности

Выводы. Рассмотрена и проанализирована эффективная методика физически корректного моделирования распространения света, построенная на основе двунаправленной трассировки лучей с использованием методов Монте-Карло. Она позволяет, используя единый механизм и алгоритмическую базу, решать широкий класс задач компьютерной графики и оптики: синтезировать изображения фотореалистичного качества, вычислять и анализировать освещенности, моделировать и проектировать сложные оптические системы и устройства.

Литература

1. J. T. Kajiya. The rendering equation / Computer Graphics (SIGGRAPH '86 Proceedings), 1986, vol. 20, pp.143-150.

2. A. Khodulev, E. Kopylov. Physically accurate lighting simulation in computer graphics software/ Proc. GraphiCon'96 - The 6-th International conference on Computer Graphics and Visualization, St.Petersburg, 1996.

3. А.Г. Волобой, В.А. Галактионов, К.А. Дмитриев, Э.А. Копылов. Двунаправленная трассировка лучей для интегрирования освещенности методом квази- Монте Карло// Программирование.– 2004. – № 5.

ОБЧИСЛЕННЯ ГЛОБАЛЬНОЇ ОСВІТЛЕНОСТІ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Ю. О. Васильєва, О. М. Ляшенко

В статті виконано аналіз сучасних методів фізично коректного моделювання розповсюдження світла з використанням методу Монте-Карло і показана їх ефективність для отримання фотореалістичних зображень при проектуванні систем освітлення.

CALCULATION OF GLOBAL LUMINOSITY BY THE MONTE-KARLO METHOD

U. O. Vasilyeva, E. N. Lyashenko

In the article the analysis of modern methods is executed physically correct design of light distribution with the use of Monte Carlo method and their efficiency for the receipt of photorealistic images at planning of the illumination systems is shown.